

# 應用數值計算

期末報告題目：

工字懸臂樑最佳化設計

指導教授：

陳申岳博士

組員：

劉豐吉 9569506

張明新 9569514

日期：2007/6/24

Contents .....	2
Abstract .....	3
Introduction .....	4
SmartDo analysis .....	10
Conclusion .....	15
Reference .....	15

## Ø Abstract

設計懸臂樑，需同時考慮各種受力情況與使用斷面形狀，檢查其安全性是否符合使用規範。近年來由於設計自動化的推行，遂而將設計變數透過電腦程式的計算，以 SmartDo 智慧型最佳化系統求取最佳化的設計結果，來達到省時、省力、較經濟的設計方式，以符合時代潮流的發展方向。

下表為本組人員名單及工作分發狀況。

成員	工作分發
劉豐吉	統整相關資訊與撰寫期末專題報告 /SmartDo 程式應用
張明新	統整相關資訊與撰寫期末專題報告 /SmartDo 程式應用

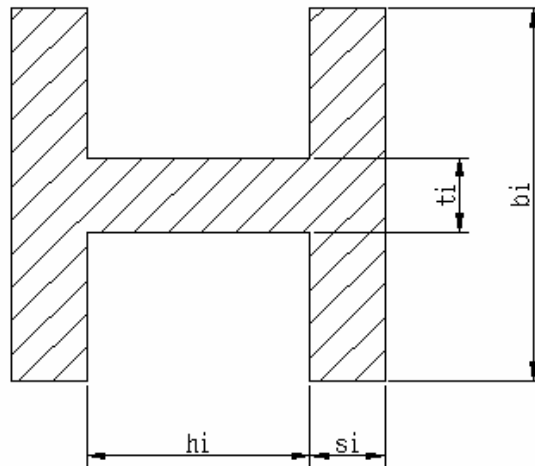
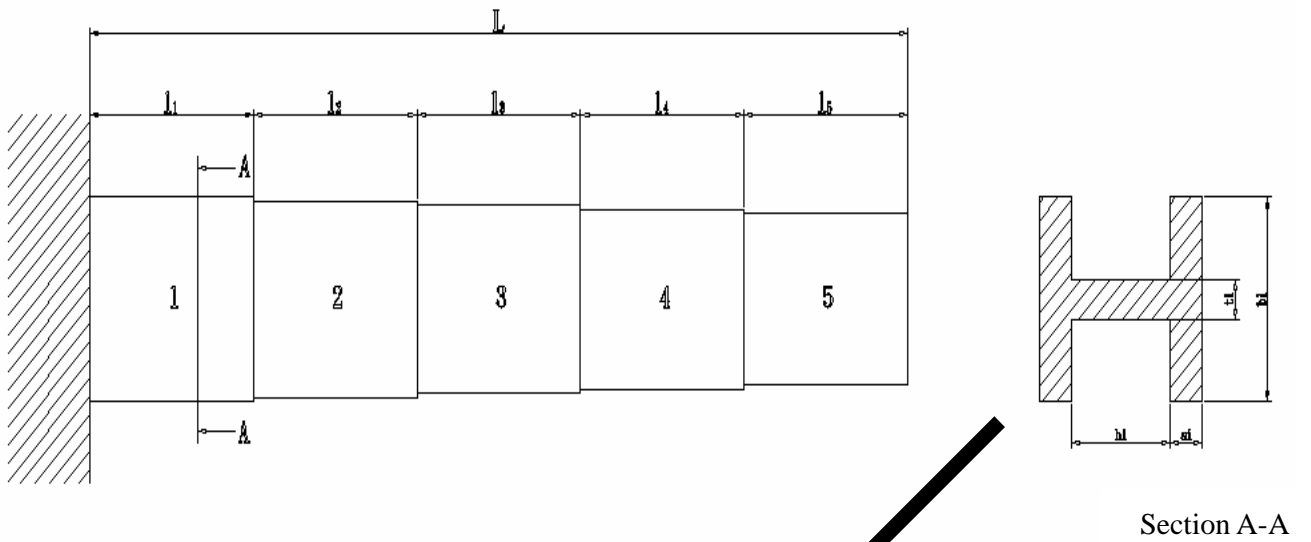
## Ø Introduction

在機械設計上，如何兼顧機構部份的強度及重量，一直是重機械的重要問題。其原因在於經驗法則及實際狀況中，機構強度越大則其體積也越大，相對帶來的則是重量越重。在機械設計中為避免運動元件重量太重，而造成動力的損失、甚至是機械被自己本身重量所壓垮，對於元件重量則是追求輕量化。因此也為最佳化的一個課題。

## Ø Design of a cantilevered beam

實務上所用的機架，包括圓形或是矩形，不會使用實心的構造，多使用空心構型，或是工字樑 (H beam)。設計一工字型懸臂樑，如圖 1 所示，初始尺寸為外形長、寬皆為 50 cm，剖面結構皆為 5 cm。即  $b=50$  cm、 $h=5$  cm、 $s=5$  cm、 $t=5$  cm。分別考慮承受垂直  $P_y$  或水平  $P_z$  的力量，求最大變形量不可大於 0.5 cm，因最大的變形發生在末端，故即求其末端的位移量不可大於 0.5 cm，即在 Y 方向或 Z 方向的位移，須小於 0.5 cm，允許最大應力為  $14000$  N/cm<sup>2</sup>，以上述條件，設計一懸臂樑以最省材料(即體積最小、重量最小)為目標。

# Ø 公式推導



$$b_i \leq 10t_i$$

$$h_i \leq 10s_i$$

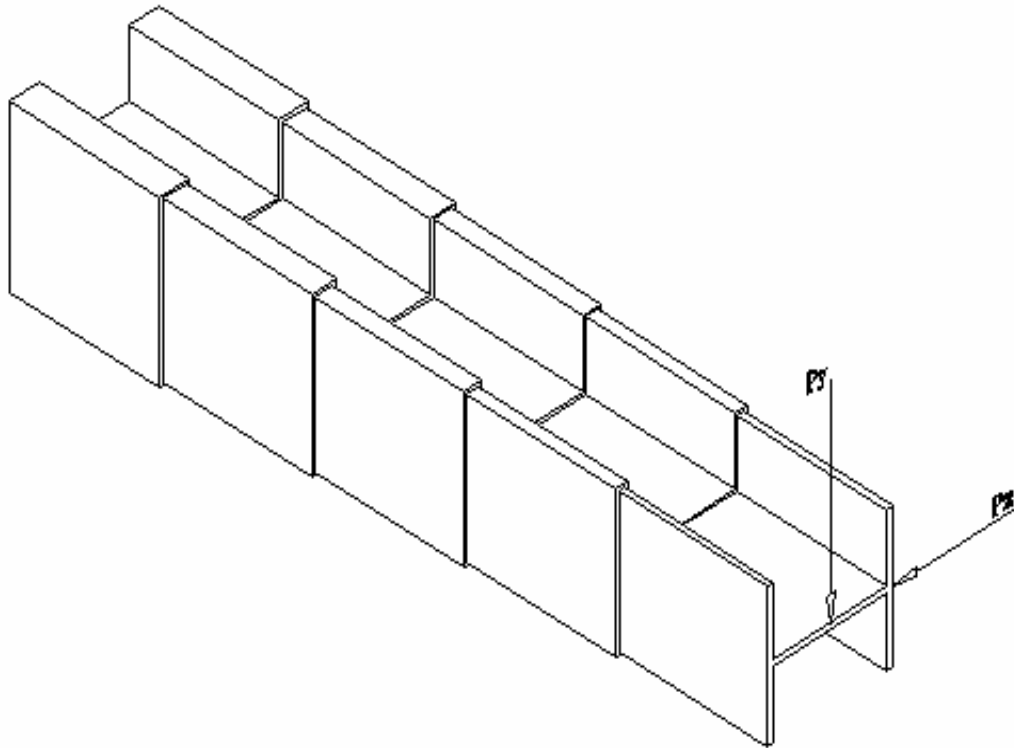


圖 1 懸臂梁示意圖

幾何尺寸共分成五段，每段剖面尺寸限制如 cross section & section A-A。

$$P_y = 50,000 \text{ N}$$

$$P_z = 50,000 \text{ N}$$

$$E = 200 \text{ GPa} = 200 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$$

$$L = 500 \text{ cm}$$

$$l_i = 100 \text{ cm}$$

$$\bar{s} = 14000 \text{ N/cm}^2 \text{ (allowable stress)}$$

$$\bar{y} = \bar{z} = 0.5 \text{ cm (allowable at free end)}$$

貫性距(I)---查詢機械設計便覽所得

$$I_z(i)$$

$$= (2*s(i)*b(i)^3 + h(i)*t(i)^3) / 12$$

$$I_y(i)$$

$$= (b(i)*((2*s(i)+h(i))^3 - h(i)^3*b(i) - t(i))) / 12$$

The deflection  $D_{y_i}$  &  $D_{z_i}$  at the right end of segment  $i$  is calculate by the following recursion formulas:

$$y_0 = y'_0 = 0$$

$$y'_i = \frac{Pl_i}{EI_{zi}} \left[ L + \frac{l_i}{2} - \sum_{j=1}^i l_j \right] + y'_{i-1}$$

$$Dy_i = \frac{Pl_i^2}{2EI_{zi}} \left[ L - \sum_{j=1}^i l_j + \frac{2l_i}{3} \right] + y'_{i-1} l_i + y_{i-1}$$

$$z_0 = z'_0 = 0$$

$$z'_i = \frac{Pl_i}{EI_{yi}} \left[ L + \frac{l_i}{2} - \sum_{j=1}^i l_j \right] + z'_{i-1}$$

$$Dz_i = \frac{Pl_i^2}{2EI_{yi}} \left[ L - \sum_{j=1}^i l_j + \frac{2l_i}{3} \right] + z'_{i-1} l_i + z_{i-1}$$

Where the deflection Dy & Dz is defined as positive downward,  $y'$  &  $z'$  is the derivative of y with respect to x (the slope), and  $l_i$  is the length of segment i. Young's modulus E is the same for all segments, and the moment of inertia for segment i is  $I_{yi}$  &  $I_{zi}$ .

The bending moment at the left end of segment i is calculated as

$$M_i = P \left[ L + l_i - \sum_{j=1}^i l_j \right] \quad i = 1, \dots, 5$$

the corresponding maximum bending stress is

$$s_{yi} = \frac{M_i b_i}{2I_{zi}} \quad i = 1, \dots, 5$$

$$s_{zi} = \frac{M_i d_i}{2I_{yi}} \quad i = 1, \dots, 5$$

The design task is now defined as

<p>Design variables :</p> $X = \{ b_i , t_i , h_i , s_i \} \quad i = 1, \dots, 5$	<p>Design variables ( x 20 )</p>
<p>Minimize the volume</p> $V(b_i , t_i , h_i , s_i , L_i) = \sum_{i=1}^N (2b_i \times s_i + h_i \times t_i) \times L_i$	<p>Objective Function</p>
<p>Subject to :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\frac{s_{yi}}{s} - 1 \leq 0 \quad i = 1, \dots, 5</math></li> <li>2. <math>\frac{s_{zi}}{s} - 1 \leq 0 \quad i = 1, \dots, 5</math></li> <li>3. <math>\frac{Dy_5}{\bar{y}} - 1 \leq 0</math></li> <li>4. <math>\frac{Dz_5}{\bar{y}} - 1 \leq 0</math></li> </ol>	<p>Constraint Function ( x 12)</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>5. <math>\frac{b_i}{10t_i} - 1 \leq 0 \quad i = 1, \dots, 5</math></li> <li>6. <math>\frac{h_i}{10s_i} - 1 \leq 0 \quad i = 1, \dots, 5</math></li> <li>7. <math>\frac{h_i}{h_{i+1}} - 1 \leq 0 \quad i = 1, \dots, 4</math></li> </ol>	<p>Geometry Constraint Function ( x 14 )</p>
<ol style="list-style-type: none"> <li>8. <math>b^L \leq b_i \leq b^U \quad i = 1, \dots, n</math></li> <li>9. <math>t^L \leq t_i \leq t^U \quad i = 1, \dots, n</math></li> <li>10. <math>h^L \leq h_i \leq h^U \quad i = 1, \dots, n</math></li> <li>11. <math>s^L \leq s_i \leq s^U \quad i = 1, \dots, n</math></li> </ol>	<p>Lower/Upper Bounds</p>

## Ø Result & Discussion

SmartDo \_i optmzr =1

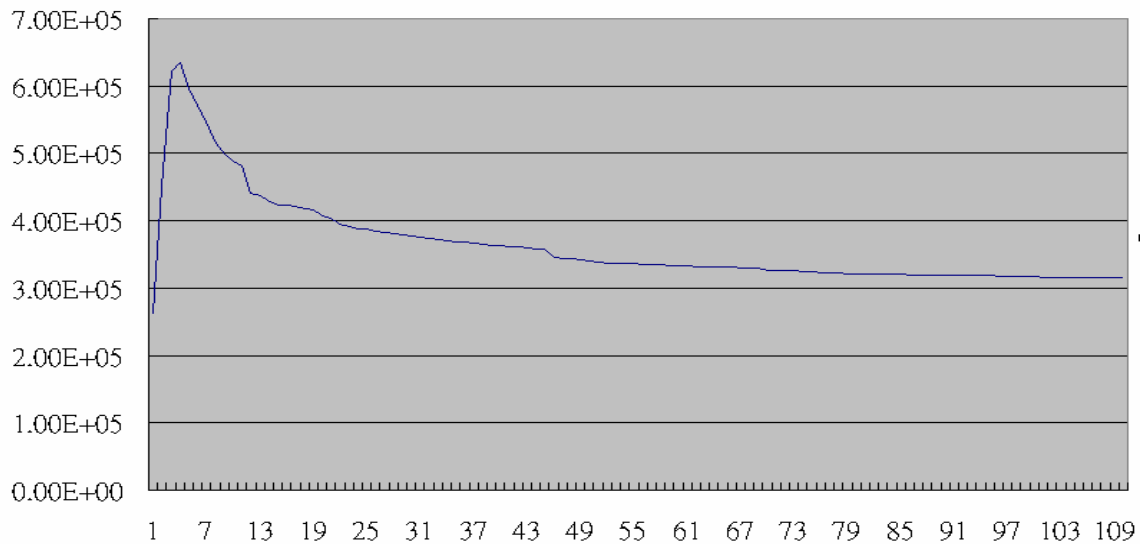
SmartDo \_idflt =1

(Feasible Direction Method, FDM)

Minimum Material Volume : 315052.5000 cm<sup>3</sup>

smartdo_idflt 1	1	2	3	4	5
b(i)	9.00E+01	7.69E+01	6.33E+01	4.82E+01	2.85E+01
s(i)	3.40E+00	3.42E+00	3.43E+00	3.44E+00	3.45E+00
t(i)	9.02E+00	7.72E+00	6.35E+00	4.84E+00	2.86E+00
h(i)	3.40E+01	3.41E+01	3.41E+01	3.42E+01	3.43E+01

set smartdo\_idflt 1

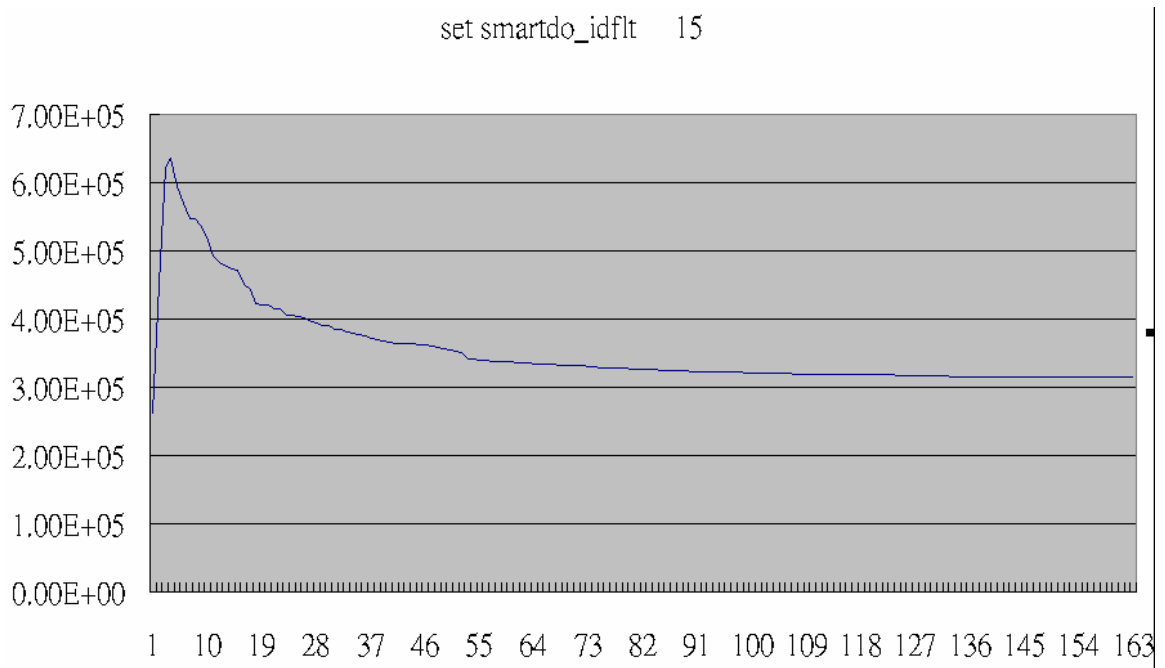


SmartDo\_idflt =15

(Recursive Conjugate FDM, RCFDM, minor nonlinearity)

Minimum Material Volume : 314715.6000 cm<sup>3</sup>

smartdo_idflt 15	1	2	3	4	5
b(i)	8.95E+01	7.71E+01	6.35E+01	4.82E+01	2.90E+01
s(i)	3.41E+00	3.41E+00	3.41E+00	3.42E+00	3.42E+00
t(i)	8.95E+00	7.72E+00	6.36E+00	4.83E+00	2.91E+00
h(i)	3.41E+01	3.41E+01	3.41E+01	3.41E+01	3.42E+01



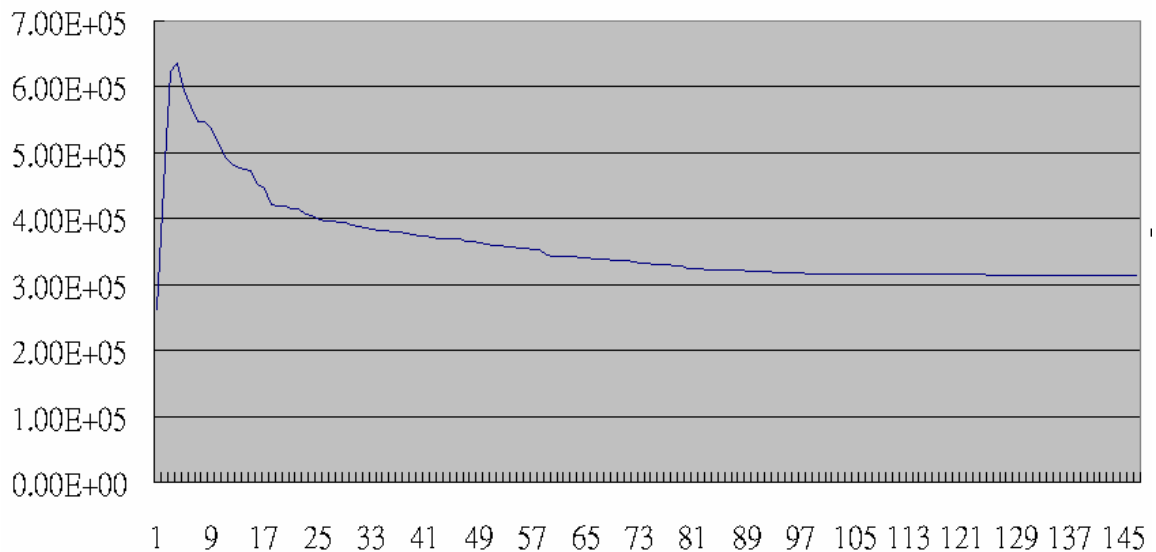
SmartDo \_idfl t =16

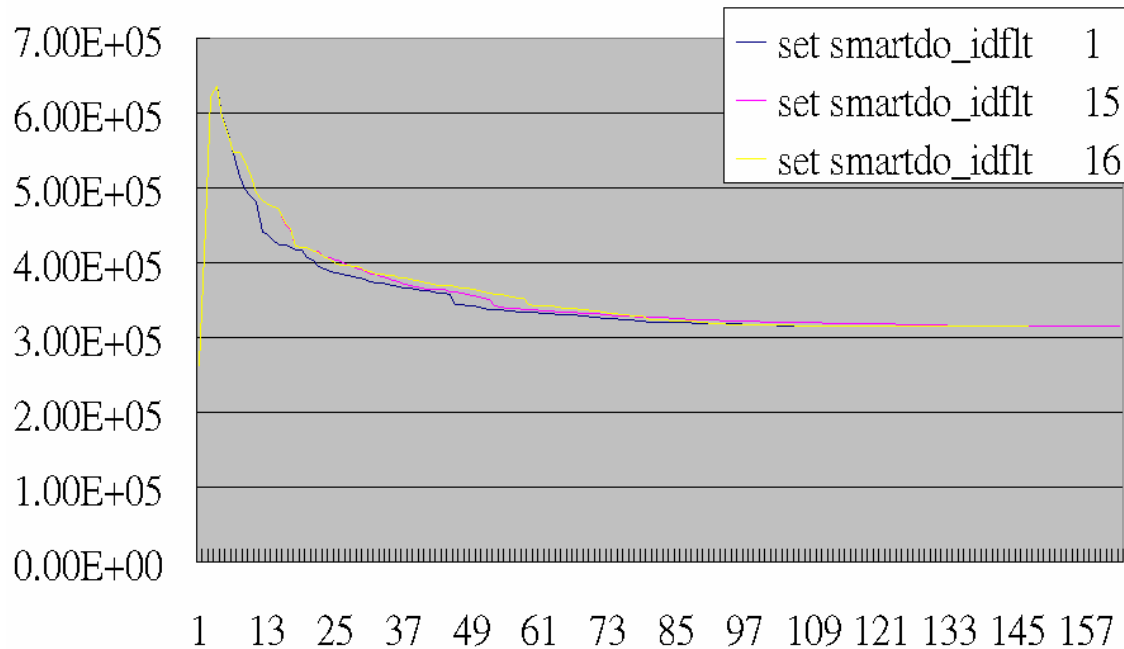
(Recursive Conjugate FDM, RCFDM, high nonlinearity)

Minimum Material Volume : 314710.9000 cm<sup>3</sup>

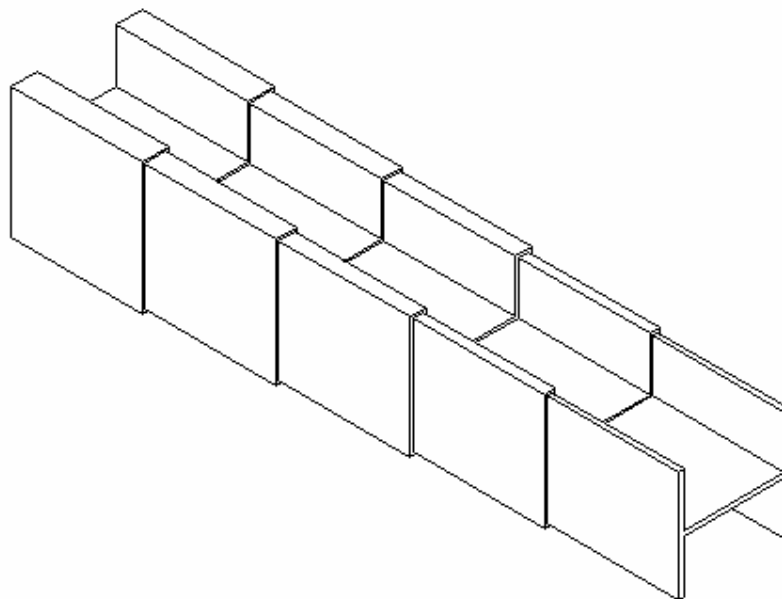
smartdo_idfl t 16	1	2	3	4	5
b(i)	8.95E+01	7.70E+01	6.37E+01	4.82E+01	2.90E+01
s(i)	3.41E+00	3.41E+00	3.41E+00	3.41E+00	3.42E+00
t(i)	8.95E+00	7.71E+00	6.37E+00	4.83E+00	2.90E+00
h(i)	3.41E+01	3.41E+01	3.41E+01	3.41E+01	3.41E+01

smartdo\_idfl t 16

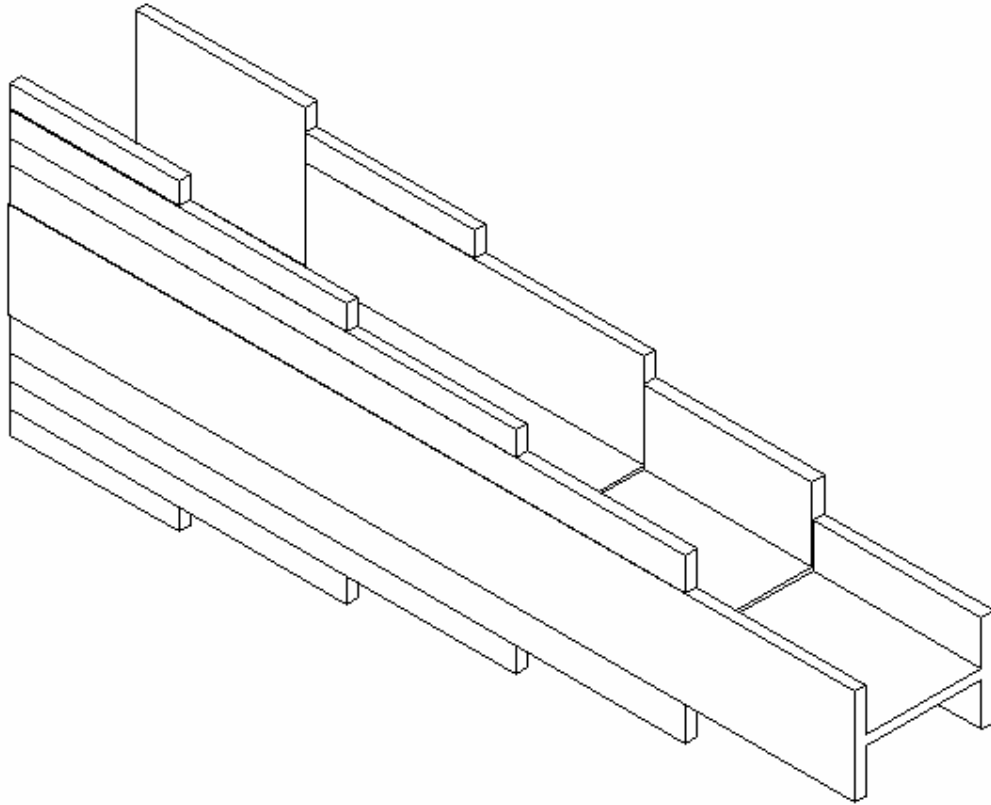




Initial Design and the Final Design also the lower/upper bounds, with exact values and graphics showing the two shapes.



Initial Design



Final Design

## Ø Discuss and Conclusions

運用 Auto CAD 套裝軟體，繪出 3D 實體模型，來呈現物體的幾何形狀、位置、大小，以利於客戶與使用者瞭解，實際的產品狀況與幾何模型。

在決定模型控制參數變數、分析控制邊界條件及分析目標函數後，建立起給 SmartDo 的 \*.txt、\*\_cns.txt (邊界條件)、\*\_obj.txt (目標條件)，再套入 SmartDo 模式運算。

數值分析最佳化是藉由電腦執行數值運算，得出所需要的構型，以減少開發過程的 try and error，及開發出時間。出經由 SmartDo 的程式運算後很明確的得到，b、s、t、h 的尺寸變小，由此延伸得知體積有變小，此為本報告所要的結論。

## Ø Reference

1. Numerical optimization techniques for engineering design : with applications / Vanderplaats, Garret N. / New York/McGraw-Hill /c1984.
2. Smartdo 教學講義，著作：陳申岳 博士
3. 機械設計便覽，著作：小栗富士雄、小栗達男